PCSI 1
2009-2010

Colle 6 Première semaine

Du 7/12 au 11/12

1 Relations d'ordre

- Définitions d'une relation binaire réflexive, transitive, symétrique, antisymétrique. **Les notions de relation d'équivalence et de classe d'équivalence n'ont été vues que en TD.**
- Relation d'ordre. Éléments comparables, ordre total, partiel. Majorant, minorant, plus grand et plus petit élément. Borne supérieure et inférieure.
- Application à l'étude des fonctions : majorant, minorant, borne sup et inf.
- Application à $\mathbb{N}$. Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ possède un plus petit élément (preuve pas à connaître). Equivalence de cette propriété et du principe de récurrence (donné en poly). Toute partie non vide et majorée de $\mathbb{N}$ possède un plus grand élément (preuve à savoir).
- Le corps ordonné $(\mathbb{R}, +, ., \leq)$ des nombres réels. Compatibilité de la relation d'ordre sur $\mathbb{R}$ avec les opérations de somme et produit. Valeur absolue (déf en terme de maximum), inégalité triangulaire. La droite achevée : $\overline{\mathbb{R}}$.
- Propriété de la borne sup (et inf) dans $\mathbb{R}$. Caractérisation de la borne sup (et inf) par $M = \sup A$ si et seulement si M majore A et : $\forall \varepsilon > 0$, $\exists a \in A$; $M - \varepsilon < a \leq M$.
- Définition de la partie entière grâce à la propriété de la borne sup.
- Définition d'un intervalle de $\mathbb{R}$. Tout intervalle non vide de $\mathbb{R}$ contient un rationnel et un irrationnel.